

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«РОССИЙСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ  
ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ»**

УТВЕРЖДАЮ

Ректор РГАИС

А.О. Аракелова

2 мая 2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ  
ДИСЦИПЛИНЫ**

**«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И  
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»**

Направление подготовки: 38.03.02 «Менеджмент»

Профиль: «Управление интеллектуальной собственностью»,  
«Менеджмент цифровой экономики»

Направление подготовки: 27.03.05 «Инноватика»  
профиль «Инноватика и предпринимательство»

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр  
Форма обучения: очная, очно-заочная, заочная

Направление подготовки: 09.03.02 «Информационные системы и технологии»  
Профиль: «Администрирование информационных систем»

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр  
Форма обучения: очная, очно-заочная, заочная

Москва – РГАИС – 2023

**Разработчик:** к.ф.-м.н., доцент кафедры «Общеобразовательных дисциплин» Луканкин А.Г. Теория вероятностей и математическая статистика. // Рабочая программа учебной дисциплины предназначена для обучающихся по направлению подготовки 38.03.02 «Менеджмент», 27.03.05 «Инноватика», 09.03.02 «Информационные системы и технологии» — М.: Российская государственная академия интеллектуальной собственности (РГАИС), кафедра «Общеобразовательных дисциплин», 2023. – 33 с.

---

**Согласовано:**

Рабочая программа учебной дисциплины обсуждена и рекомендована на заседании Учебно-методической комиссии (протокол от 21.03.2023 №4/1)

© ФГБОУ ВО РГАИС, 2023

# **1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

## **1.1. Цель и задачи дисциплины**

**Целями** освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» являются: усвоение основных понятий и методов теории вероятностей и математической статистики, предусмотренных ФГОС ВО, овладение навыками применения математических методов, а также формирование у обучающегося требуемого набора компетенций, соответствующих его направлению подготовки и обеспечивающих его конкурентоспособность на рынке труда.

**Для достижения поставленных целей решаются следующие задачи:**

- изучить основные понятия, определения, теоремы и методы, формирующие общую математическую подготовку и развивающие абстрактное, логическое и творческое мышление;
- привить умение самостоятельно изучать учебную и научную литературу, содержащую математические факты и результаты;
- уметь четко формулировать задачу и находить соответствующий алгоритм и метод ее решения;
- освоить теоретические основы для успешного изучения дисциплин, использующих математические методы и модели.

## **1.2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» представляет собой дисциплину обязательной части учебного плана.

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» базируется на теоретических знаниях, практических умениях и навыках, полученных обучающимися при изучении школьного курса математики. Ей предшествует дисциплина «Математика» и она изучается параллельно с «Математическим анализом». Освоение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» способствует лучшему усвоению дисциплины «Математический анализ». Для успешного освоения дисциплины необходимо уметь осуществлять выбор инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.

Теория вероятностей и математическая статистика – комплексное научное направление, имеющее междисциплинарный характер, содействующее развитию других научных направлений и тем самым выполняющее интегративную функцию в системе наук. Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» имеет логическую и содержательно-методическую связь с основными дисциплинами основной образовательной программы по направлениям подготовки 38.03.02 «Менеджмент», 27.03.05 «Инноватика» и 09.03.02 «Информационные системы и технологии», в рамках которых будущим бакалаврам необходимо использовать результаты расчетов и полученных выводов в практической деятельности при решении поставленной задачи.

Знания, умения, навыки и компетенции, полученные обучающимися при изучении данной дисциплины, находят широкое применение в творческой и научно-исследовательской деятельности бакалавра.

## 2. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ С УКАЗАНИЕМ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ (АСТРОНОМИЧЕСКИХ) ЧАСОВ ПО ВИДАМ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ

### 09.03.02 «Информационные системы и технологии»

Виды занятий	Объем дисциплины		
	Форма обучения		
	Очная форма обучения	Очно-заочная форма обучения	Заочная форма обучения
Объем зачетных единиц	3	3	3
Общая трудоемкость в часах	108	108	108
Аудиторные занятия	68	34	14
Лекции	34	16	6
Практические занятия (семинары)	34	18	8
Самостоятельная работа	40	74	90
Контроль			4
Форма контроля	Зачет	Зачет	Зачет

### 27.03.05 «Инноватика», 38.03.02 «Менеджмент»

Виды занятий	Объем дисциплины		
	Форма обучения		
	Очная форма обучения	Очно-заочная форма обучения	Заочная форма обучения
Объем зачетных единиц	3	3	3
Общая трудоемкость в часах	108	108	108
Аудиторные занятия	52	34	14
Лекции	26	16	6
Практические занятия (семинары)	26	18	8
Самостоятельная работа	56	74	90
Контроль			4
Форма контроля	Зачет	Зачет	Зачет

### 3. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ), СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ (РАЗДЕЛАМ) С УКАЗАНИЕМ КОМПЕТЕНЦИЙ, ФОРМИРУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

#### 3.1. Учебно-тематический план курса и распределение компетенций по темам занятий:

Наименование темы	Формируемые компетенции (или их части)			
	УК-1	ОПК-5	ОПК-6	ПК-2
Раздел I. Теория вероятностей	+	+	+	+
Основные понятия комбинаторики.	+	+	+	+
Случайные события. Вероятность события.	+	+	+	+
Основные теоремы и формулы теории вероятностей.	+	+	+	+
Случайные величины.	+	+	+	+
Раздел II. Математическая статистика.	+	+	+	+
Основные понятия и задачи математической статистики.	+	+	+	+
Статистические оценки неизвестных параметров.	+	+	+	+
Обработка результатов измерений методом наименьших квадратов.	+	+	+	+
Проверка статистических гипотез.	+	+	+	+
Зачет				

#### 3.2. Содержание разделов дисциплины (модуля) и контрольные вопросы для самостоятельной работы (самоконтроля) обучающихся

##### ***РАЗДЕЛ 1. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ.***

**Тема 1.1. Основные понятия комбинаторики.** Примеры простейших комбинаторных задач. Понятие выборки. Размещения и перестановки. Сочетания. Формула Ньютона.

*Контрольные вопросы:*

1. Что называют выборкой объема  $k$ ?
2. Какие выборки называют упорядоченными?
3. Что такое размещения, перестановки, сочетания?
4. Дайте определение символа  $n!$ .

5. Какие формулы существуют для вычисления числа размещений, числа перестановок, числа сочетаний?
6. Сформулируйте теорему о разложении натуральной степени бинома по формуле Ньютона.
7. Укажите характерные особенности формулы Ньютона.
8. Запишите формулу для  $k$ -го члена разложения.

**Тема 1.2. Случайные события. Вероятность события.** Случайные события и операции над ними. Опыт с равновероятными исходами. Классическое определение вероятности события.

*Контрольные вопросы:*

1. Что называют случайным событием?
2. Какое событие называют: а) достоверным; б) невозможным?
3. Как определяются: а) противоположное событие; б) сумма событий; в) произведение событий?
4. Какими свойствами обладают операции сложения и умножения событий?
5. В каком случае два события называют несовместными?
6. Что такое полная система событий?
7. Сформулируйте классическое определение вероятности события.
8. Чему равны вероятности: а) достоверного события; б) невозможного события?
9. Каким неравенствам удовлетворяет вероятность любого события?

**Тема 1.3. Основные теоремы и формулы теории вероятностей.** Теорема сложения. Условная вероятность. Теорема умножения. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Формула Бернулли.

*Контрольные вопросы:*

1. Сформулируйте теорему сложения: а) для несовместных событий; б) для произвольных событий.
2. Чему равна вероятность события  $\bar{A}$ , если вероятность события  $A$  равна 0,6?
3. Что называют условной вероятностью?
4. Сформулируйте теорему умножения для: а) двух произвольных событий; б) для двух независимых событий.
5. Запишите формулу полной вероятности.
6. Запишите формулу Бернулли. Вероятность каких событий можно вычислять по этой формуле?

**Тема 1.4. Случайные величины.** Закон распределения случайной величины. Математическое ожидание случайной величины. Дисперсия случайной величины. Среднее квадратическое отклонение. Биноминальное распределение. Понятие о законе больших чисел.

*Контрольные вопросы:*

1. Что называют случайной величиной?
2. Что называется распределением случайной величины?
3. Какое распределение называется биномиальным?
4. Дайте определение математического ожидания случайной величины.
5. Что называется дисперсией случайной величины?
6. Что называется средним квадратическим отклонением случайной величины?
7. В чем состоит закон больших чисел в форме Бернулли?

## ***РАЗДЕЛ 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА.***

**Тема 2.1. Основные понятия и задачи математической статистики.** Предмет математической статистики. Выборки и выборочные распределения. Графические изображения выборки. Полигон и гистограмма. Выборочные характеристики.

*Контрольные вопросы:*

1. Что называют: а) генеральной совокупностью; б) выборочной совокупностью; в) объемом выборки.
2. Дайте определение вариационного ряда. Что называют размахом выборки?
3. Что называют: а) статистическим рядом; б) выборочным распределением?
4. Какие графические изображения выборок вы знаете?
5. Дайте определения выборочных характеристик: а) выборочного среднего; б) выборочной дисперсии.

**Тема 2.2. Статистические оценки неизвестных параметров.** Точечные оценки. Несмещенность и состоятельность оценок. Интервальные оценки.

*Контрольные вопросы:*

1. Дайте определения: а) несмещенной оценки; б) состоятельной оценки.



2. Объясните, что значит, что доверительный интервал  $(a_1; a_2)$  покрывает неизвестный параметр с вероятностью  $\gamma$ .

**Тема 2.3. Обработка результатов измерений методом наименьших квадратов.** Метод наименьших квадратов. Линии регрессии.

*Контрольные вопросы:*

1. Что называется прямой линией регрессии?
2. Как составляется нормальная система для определения прямой линией регрессии?
3. Как находятся оценки параметров неизвестной линейной зависимости между величинами методом наименьших квадратов?

**Тема 2.4. Проверка статистических гипотез.** Статистические критерии.

*Контрольные вопросы:*

1. Что называется статистической гипотезой?
2. Сформулируйте определение статистического критерия.
3. Какие статистические критерии вы знаете?

### **3.3. Активные и интерактивные формы проведения занятий**

В качестве активных форм проведения занятий по дисциплине предлагается две формы: лекция-беседа и консультационная работа преподавателя. Выбор интерактивной формы предоставляется непосредственно преподавателю.

Лекция-беседа предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией. Неоспоримым преимуществом лекции-беседы является возможность расширить круг мнений сторон, привлечь коллективные знания и опыт, что имеет большое значение в активизации мышления обучающихся. Вопросы преподаватель может адресовать как всей аудитории, так и кому-то конкретно. Они могут быть как простые, способные сосредоточить внимание на отдельных важнейших элементах темы, так и проблемные. Обучающиеся, продумывая ответ на заданный вопрос, получают возможность самостоятельно прийти к тем выводам и обобщениям, которые преподаватель должен был сообщить им в качестве новых знаний, либо понять глубину и важность обсуждаемой проблемы, что повышает интерес и степень восприятия материала.

Консультационная работа преподавателя предполагает два вида консультаций: групповые и индивидуальные. На групповой консультации

преподаватель называет тему предстоящего семинарского занятия, вопросы и порядок их обсуждения; дает краткий обзор источников и раскрывает их значение для наиболее полного рассмотрения соответствующих теоретических проблем. При этом он обращает внимание на наиболее сложные вопросы, на которые нужно обратить более пристальное внимание при разборе темы, дает советы о путях их преодоления; рекомендует наиболее целесообразные способы организации самостоятельной работы. Проведение индивидуальных консультаций проводится преподавателем в специально отведенное время. В этом случае к нему за помощью могут обратиться как те, кто испытывает трудности в изучении данной темы, так и обучающиеся, которые хотели бы более глубоко разобраться в вопросах семинара.

Интерактивное обучение по дисциплине предполагает: регулярное обновление и использование электронных учебно-методических материалов; использование современных мультимедийных средств обучения; проведение аудиторных занятий в режиме реального времени посредством Интернета, когда обучающиеся и преподаватели имеют возможность не только слушать лекции, но и обсуждать ту или иную тематику, участвовать в прениях и т.д.

С целью качественной подготовки обучающихся по представленной дисциплине предполагается изучение дисциплины в следующих интерактивных формах: 1) работа в малых группах; 2) дискуссия.

Работа в малых группах – это одна из самых популярных стратегий, так как она дает всем обучающимся (в том числе и стеснительным) возможность участвовать в работе, практиковать навыки сотрудничества, межличностного общения (в частности, умение активно слушать, вырабатывать общее мнение, разрешать возникающие разногласия). Все это часто бывает невозможно в большом коллективе. Работа в малой группе — неотъемлемая часть многих интерактивных методов, например, таких, как мозаика, дебаты, общественные слушания, почти все виды имитаций и др.

При организации групповой работы, следует обращать внимание на следующие ее аспекты. Нужно убедиться, что обучающиеся обладают знаниями и умениями, необходимыми для выполнения группового задания. Нехватка знаний очень скоро даст о себе знать — обучающиеся не станут прилагать усилий для выполнения задания. Надо стараться сделать свои инструкции максимально четкими. Маловероятно, что группа сможет воспринять более одной или двух, даже очень четких, инструкций за один раз, поэтому надо записывать инструкции на доске и (или) карточках. Надо предоставлять группе достаточно времени на выполнение задания.

Дискуссия как метод интерактивного обучения успешно применяется в системе учебных заведений на Западе, в последние годы стала применяться и в нашей системе образования. Метод дискуссии (учебной дискуссии) представляет собой «вышедшую из берегов» эвристическую беседу. Смысл данного метода состоит в обмене взглядами по конкретной проблеме. Это активный метод, позволяющий научиться отстаивать свое мнение и слушать других.

Обычно предполагается, что из мышления рождается ответ на высказывание оппонента в дискуссии, поэтому разномыслие и рождает дискуссию. Однако дело обстоит как раз наоборот: спор, дискуссия рождает мысль, активизирует мышление, а в учебной дискуссии к тому же обеспечивает сознательное усвоение учебного материала как продукта мыслительной его проработки.

Метод дискуссии используется в групповых формах занятий: на семинарах-дискуссиях, собеседованиях по обсуждению итогов выполнения заданий на практических и лабораторных занятиях, когда обучающимся нужно высказываться. На лекции дискуссия в полном смысле развернуться не может, но дискуссионный вопрос, вызвавший сразу несколько разных ответов из аудитории, не приведя к выбору окончательного, наиболее правильного из них, создает атмосферу коллективного размышления и готовности слушать преподавателя, отвечающего на этот дискуссионный вопрос.

Дискуссия на семинарском (практическом) занятии требует продуманности и основательной предварительной подготовки обучаемых. Нужны не только хорошие знания (без них дискуссия беспредметна), но также наличие у обучающихся умения выражать свои мысли, четко формулировать вопросы, приводить аргументы и т. д. Учебные дискуссии обогащают представления обучающихся по теме, упорядочивают и закрепляют знания.

#### **4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

##### **4.1. Методические рекомендации по самостоятельному изучению курса (дисциплины)**

Посещение лекционных занятий и конспектирование рассматриваемых на них материалов является недостаточным условием для усвоения необходимых знаний по предмету. Самостоятельная работа обучающихся при изучении данного курса включает: подготовку к коллоквиумам, охватывающим значительную часть теоретического материала; оформление отчетов по индивидуальным заданиям по отдельным разделам дисциплины и подготовку их к защите; подготовку к контрольным работам; реферативную работу с рекомендованными источниками.

При подготовке к зачету каждый обучающийся должен индивидуально готовиться по темам дисциплины, читая конспекты лекций и рекомендуемую учебную и справочную литературу, усваивая определения, схемы и принципы соответствующих расчетов. Самостоятельная работа позволяет обучающемуся в спокойной обстановке подумать и разобраться с информацией по теме, структурировать знания. Чтобы содержательная информация по дисциплине запоминалась надолго, целесообразно изучать ее поэтапно, в предлагаемой последовательности, поскольку последующий материал связан с предыдущим. По каждой из тем для самостоятельного изучения, приведенных в рабочей программе дисциплины следует сначала прочитать рекомендованную литературу и при необходимости составить краткий конспект основных положений, терминов, сведений, требующих запоминания и являющихся основополагающими в этой теме и для освоения последующих разделов курса.

При выполнении индивидуальных заданий обучающийся использует приобретенные на практических занятиях навыки расчетов, самостоятельно изучает примеры из лекций и соответствующего раздела дисциплины. Самостоятельная работа при выполнении индивидуальных заданий требует изучения и использования справочных материалов. Залогом успеха в приобретении знаний и навыков по дисциплине является синхронизация выполняемых индивидуальных заданий по срокам с лекционным материалом и разбираемым на практических занятиях.

## 4.2. Глоссарий

**Биномиальное распределение.** Рассмотрим случайную величину  $X$  - число появлений события  $A$  в серии из  $n$  независимых опытов, в каждом из которых  $A$  наступает с вероятностью  $p$ .

Случайная величина  $X$  может, очевидно, принимать одно из следующих значений:

$$0, 1, 2, \dots, k, \dots, n.$$

Вероятность события, состоящего в том, что случайная величина  $X$  примет значение, равное  $k$ , определяется формулой Бернулли:

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}, \text{ где } q = 1 - p.$$

Такое распределение случайной величины называется *биномиальным распределением* или *распределением Бернулли*.

**Вариационный ряд** - выборка, представленная в виде неубывающей последовательности чисел.

**Вероятностью  $P(A)$  события  $A$ ,** связанного с опытом с равновероятными исходами, называется отношение числа исходов, благоприятствующих событию  $A$ , к числу всех исходов.

**Выборка.** Если из множества, содержащего  $n$  элементов, каким-то способом отобраны  $k$  элементов ( $k \leq n$ ), то говорят, что из этого множества произведена *выборка объема  $k$* .

**Выборочной дисперсией** называют среднее арифметическое квадратов отклонений значений выборки от выборочного среднего.

**Выборочным математическим ожиданием** или *выборочным средним* называют среднее арифметическое значений выборки.

**Выборочное распределение** - таблица, в которой в первой строке записаны варианты, а во второй - их относительные частоты:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$\dots$	$x_k$	$\dots$	$x_n$
$\frac{n_1}{n}$	$\frac{n_2}{n}$	$\frac{n_3}{n}$	$\dots$	$\frac{n_k}{n}$	$\dots$	$\frac{n_n}{n}$

**Гистограммой частот** называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых являются частичные промежутки длины  $h$ , а высотами - отрезки длины  $\frac{s_i}{h}$ , где  $s_i$  - сумма частот значений выборки, попавших в  $i$ -й промежуток.

**Дисперсией** случайной величины называется математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания.

**Дифференциальной функцией распределения** (*плотностью вероятности*) непрерывной случайной величины  $X$  называется функция  $f(x)$ , равная производной интегральной функции распределения:

$$f(x) = F'(x).$$

**Достоверное событие** - событие, которое всегда осуществляется при проведении данного опыта.

**Закон больших чисел** утверждает: для любого положительного числа  $\varepsilon$  вероятность того, что частота наступления события  $A$  в серии из  $n$  опытов отклоняется от вероятности  $p$ , с которой  $A$  происходит в отдельном опыте, не меньше чем на  $\varepsilon$ , с ростом  $n$  стремится к нулю, т. е.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{k}{n} - p\right| \geq \varepsilon\right) = 0.$$

**Закон распределения дискретной случайной величины.** Если для случайной величины  $X$  известны все значения  $x_1, x_2, \dots, x_n$  которые она может принимать, и все вероятности  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , с которыми эти значения принимаются, то говорят, что задан *закон распределения* случайной величины  $X$  или просто *распределение* величины  $X$ .

**Интегральной функцией распределения** (интегральным законом распределения) непрерывной случайной величины  $X$  называется функция  $F(x)$ , равная вероятности того, что  $X$  приняла значение меньше  $x$ :

$$F(x) = P(X < x).$$

**Интервальные оценки.** Пусть по сделанной выборке удалось найти два числа  $a_1$  и  $a_2$  такие, что при любых значениях параметра  $a$  выполняется равенство

$$P(a \in (a_1; a_2)) = \gamma.$$

В этом случае числа  $a_1$  и  $a_2$  называют *доверительными границами*, а интервал  $(a_1; a_2)$  – *доверительным интервалом*, соответствующими *доверительной вероятности*  $\gamma$ . Число  $\gamma$  называют также *надежностью оценки*.

**Коэффициентом ковариации** (корреляционным моментом) случайных величин  $X$  и  $Y$  называют математическое ожидание произведения отклонений этих величин:

$$\text{cov}(X, Y) = M[(X - MX)(Y - MY)].$$

**Коэффициентом корреляции**  $\rho_{X,Y}$  случайных величин  $X$  и  $Y$  называют отношение коэффициента ковариации к произведению средних квадратических отклонений этих величин:

$$\rho_{X,Y} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}.$$

**Математическим ожиданием** случайной величины называется число, равное сумме произведений всех значений случайной величины на вероятности этих значений.

**Медианой**  $M_e$  называют варианту, которая делит вариационный ряд на две части, равные по числу вариант. Если число вариант нечетно, т. е.  $n = 2k + 1$ ,  $M_e = x_{k+1}$ ; при четном  $n = 2k$  медиана

$$M_e = \frac{x_k + x_{k+1}}{2}.$$

**Модой**  $M_o$  называют варианту, которая имеет наибольшую частоту.

**Начальным эмпирическим моментом порядка  $k$**  называют обычный момент порядка  $k$  при  $C = 0$

$$M_k = \frac{\sum n_i x_i^k}{n}.$$

**Невозможное событие** - событие которое заведомо не может произойти в результате опыта.

**Несмещенная оценка.** Точечная оценка  $\bar{a}_n$  параметра  $a$  называется *несмещенной*, если математическое ожидание оценки равно  $a$ , т. е. если

$$M\bar{a}_n = a.$$

**Несовместные события.** События  $A_1$  и  $A_2$  называются *несовместными*, если  $A_1 \cap A_2 = \emptyset$ .

**Нормальный закон распределения.** Закон распределения вероятностей непрерывной случайной величины  $X$  называется *нормальным* или *распределением Гаусса*, если ее плотность вероятности равна

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$$

где  $\sigma$  и  $a$  – некоторые постоянные, причем  $\sigma > 0$ .

**Обычным эмпирическим моментом порядка  $k$**  называют среднее значение  $k$ -х степеней разностей  $x_i - C$ :

$$M'_k = \frac{\sum n_i (x_i - C)^k}{n},$$

где  $x_i$  – наблюдаемая варианта,  $n_i$  – частота варианты,  $n$  – объем выборки,  $C$  – ложный нуль.

**Опыт с равновероятными исходами.** Рассмотрим полную систему попарно несовместных событий  $U_1, U_2, \dots, U_n$ , связанную с некоторым опытом. Предположим, что в этом опыте осуществление каждого из событий  $U_1, U_2, \dots, U_n$  равновозможно, т. е. предположим, что не существует никаких объективных оснований считать, что одно из событий является более возможным, чем другое. Такой опыт будем называть *опытом с равновероятными исходами*. В этом случае будем говорить, что события  $U_1, U_2, \dots, U_n$  *равновероятны* и что вероятность каждого из этих событий равна  $1/n$ .

**Перестановки.** Размещения из  $n$  элементов по  $n$  элементов называют *перестановками из  $n$  элементов*.

**Полигон частот.** Пусть выборка задана статистическим рядом  $(x_1; n_1), (x_2; n_2), \dots, (x_n; n_n)$ . *Полигоном частот* называют ломаную с вершинами в этих точках.

**Произведение событий** - событие, осуществляющееся только в том случае, когда данные события происходят одновременно. Произведение событий  $A$  и  $B$  обозначают  $A \cap B$ .

**Противоположные события.** Для каждого события  $A$  можно рассматривать событие, заключающееся в том, что событие  $A$  не произошло. Его называют *противоположным* к  $A$  и обозначают  $\bar{A}$ .

**Равномерное распределение.** Распределение вероятностей непрерывной случайной величины  $X$ , принимающей все свои значения из отрезка  $[a; b]$ , называется *равномерным*, если ее плотность вероятности  $f(x)$  на этом отрезке постоянна, а вне его равна нулю:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < a, \\ c, & a \leq x \leq b, \\ 0, & x > b. \end{cases}$$

**Равноотстоящими** называют варианты, которые образуют арифметическую прогрессию с разностью  $h$ .

**Равносильные события.** События  $A$  и  $B$  называют *равносильными* (*равными*), если  $A$  происходит тогда и только тогда, когда происходит  $B$ . Равносильные события соединяют знаком равенства, т. е. пишут  $A = B$ .

**Размах выборки** - разность наибольшего и наименьшего значений числовой выборки.

**Размещение.** Всякая упорядоченная выборка объема  $k$  из множества, содержащего  $n$  элементов ( $n \geq k$ ), называется *размещением из  $n$  элементов по  $k$  элементов*.

**Случайная величина.** Под *случайной величиной*, связанной с некоторым опытом, понимается всякая переменная величина которая при осуществлении этого опыта принимает то или иное числовое значение из множества возможных значений.

**Случайное событие.** Под *случайным событием*, связанным с некоторым опытом, понимается всякое событие, которое при осуществлении этого опыта либо происходит, либо не происходит.

**Состоятельная оценка.** Оценка  $\bar{a}_n$  параметра  $a$  называется *состоятельной*, если для любого числа  $\varepsilon > 0$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\bar{a}_n - a| < \varepsilon) = 1.$$

**Сочетания.** Всякая неупорядоченная выборка объема  $k$  из множества, содержащего  $n$  элементов ( $n \geq k$ ), называется *сочетанием из  $n$  элементов по  $k$  элементов*.

**Среднеквадратическим отклонением  $\sigma(X)$  случайной величины  $X$**  называют корень квадратный из ее дисперсии:

$$\sigma(X) = \sqrt{DX}.$$

**Статистические данные** - сведения о числе объектов какой-либо более или менее обширной совокупности, обладающих теми или иными признаками.

**Статистический ряд** - последовательность пар

$$(x_1; n_1), (x_2; n_2), \dots, (x_n; n_n),$$

где  $x_i$  – варианта,  $n_i$  - частота.



**Сумма событий** - событие, которое осуществляется тогда и только тогда, когда происходит хотя бы одно из данных событий. Сумму событий  $A$  и  $B$  обозначают  $A \cup B$ .

**Теоретическими (выравнивающими) частотами** в отличие от фактически наблюдаемых эмпирических частот называют частоты  $n'_i$ , найденные теоретически (вычислением).

**Точечная оценка** - приближенное значение параметра  $a$ , вычисленное каким-либо способом по значениям выборки (обозначают  $\bar{a}_n$ ).

**Условная вероятность.** Пусть событию  $B$  благоприятствуют  $l$  исходов, событию  $A \cap B$  -  $q$  исходов. Отношение  $\frac{q}{l}$ , т. е. отношение числа исходов, благоприятствующих событию  $A \cap B$ , к числу исходов, благоприятствующих событию  $B$ , называется *условной вероятностью события  $A$  при условии  $B$*  и обозначается  $P(A|B)$ .

**Условными** называют варианты, определяемые равенством

$$u_i = \frac{x_i - C}{h},$$

где  $C$  – ложный нуль (новое начало отсчета),  $h$  – шаг, т. е. разность между любыми двумя первоначальными вариантами (новая единица масштаба).

**Условным эмпирическим моментом порядка  $k$**  называют начальный момент порядка  $k$ , вычисленный для условных вариантов:

$$M_k^* = \frac{\sum n_i u_i^k}{n} = \frac{\sum n_i \left( \frac{x_i - C}{h} \right)^k}{n}$$

**Факториал** – произведение  $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ , т. е. равное произведению всех натуральных чисел от  $n$  до 1 и обозначается символом  $n!$  (читается “эн факториал”).

**Центральным эмпирическим моментом порядка  $k$**  называют обычный момент порядка  $k$  при  $C = \bar{x}$

$$m_k = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^k}{n}.$$

**Эмпирическими частотами** называют фактически наблюдаемые частоты  $n_i$ .

## **5. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Оценка качества освоения обучающимися образовательных программ включает в себя порядок, периодичность, систему оценок и формы проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Нормативно-методическое обеспечение текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в соответствии с положением ФГБОУ ВО РГАИС «Об осуществлении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся».

Основными задачами текущего контроля успеваемости является систематический мониторинг за формированием компетенций, предусмотренных ФГОС ВО и ООП, повышение качества знаний обучающихся, приобретение и развитие навыков самостоятельной работы, повышение академической активности обучающихся.

### **Критерии оценки обучающихся**

**Текущая аттестация** (текущий контроль) уровня усвоения содержания дисциплины возможно проводить в ходе всех видов учебных занятий методами устного и письменного опроса (работ), в процессе выступлений обучающихся на практических занятиях, защиты рефератов, а также посредством тестирования.

Качество письменных работ оценивается исходя из того, что обучающиеся:

- выбрали и использовали форму и стиль изложения, соответствующие целям и содержанию дисциплины;
- применили связанную с темой информацию, используя при этом понятийный аппарат специалиста в данной области;
- представили структурированный и грамотно написанный текст, имеющий связное содержание.

Тестовые материалы оцениваются по процентному соотношению правильных вариантов. Количество правильных ответов в пределах от 90 до 100 % - «отлично»; в пределах от 75 до 89 % - «хорошо»; в пределах от 50 до 74 % - «удовлетворительно»; менее 50 % - «неудовлетворительно».

**Сдача зачета** происходит в устной форме по билетам. В ходе зачета студент должен продемонстрировать знания и умения по предмету учебного курса. Качество ответов студентов и выполнение заданий оценивается: «зачтено», «зачтено с оценкой» и/или «не зачтено», «не зачтено с оценкой».

**«зачтено», «зачтено с оценкой»:**

- полные, осознанные знания в рамках курса лекций и дополнительной литературы, логичное и грамотное изложение материала.

**«не зачтено» «не зачтено с оценкой»:**

- допускаются существенные ошибки в знании курса лекций, при ответе вскрывается ошибочное понимание основных понятий курса.

**Сдача экзамена** происходит в устной форме по билетам.

Качество ответов на экзамене оцениваются на «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно».

**Оценка «отлично»** выставляется обучающемуся, если:

- даны исчерпывающие и обоснованные ответы на все поставленные вопросы, правильно решены практические задачи;
- ответы были четкими и краткими, основные мысли излагались в строгой логической последовательности;
- обучающийся продемонстрировал умение самостоятельно анализировать факты, события, явления, процессы в их взаимосвязи и диалектическом развитии.

**Оценка «хорошо»** выставляется обучающемуся, если:

- даны полные, достаточно обоснованные ответы на поставленные вопросы, правильно решены практические задания;
- в ответах не всегда выделялось главное, при решении практических задач не всегда использовались рациональные методики расчётов;
- ответы в основном были краткими, но не всегда четкими.

**Оценка «удовлетворительно»** выставляется обучающемуся, если:

- даны в основном правильные ответы на все поставленные вопросы, но без должной глубины и обоснования, при решении практических задач студент использовал прежний опыт и не применял новые методики выполнения расчётов, однако на уточняющие вопросы даны в целом правильные ответы;
- при ответах не выделялось главное;
- ответы были многословными, нечеткими и без должной логической последовательности;
- на отдельные дополнительные вопросы не даны положительные ответы.

**Оценка «неудовлетворительно»** выставляется обучающемуся, если не выполнены требования, соответствующие оценке «удовлетворительно».

Обучающиеся, пропустившие свыше 75% учебного времени, не аттестуются по итогам семестра. Вопрос об аттестации таких обучающихся решается в индивидуальном порядке.

### **5.1. Список вопросов к зачету**

#### ***Элементы комбинаторики и теории вероятностей***

1. Размещения без повторений.
2. Перестановки без повторений.
3. Сочетания без повторений.
4. Виды событий: достоверное, невозможное, случайное.
5. События независимые и зависимые.
6. События совместные и несовместные.
7. Классическое определение вероятности события.
8. Статистическая вероятность.
9. Сумма событий. Теорема сложения вероятностей.
10. Условная вероятность.
11. Произведение событий. Теорема умножения вероятностей.
12. Формула полной вероятности.
13. Формулы Байеса.
14. Дискретные и непрерывные случайные величины.
15. Закон распределения.
16. Математическое ожидание.
17. Дисперсия.
18. Среднее квадратическое отклонение.

#### ***Математическая статистика***

1. Выборы и выборочные распределения.
2. Полигон частот. Полигон относительных чисел.
3. Гистограмма частот. Гистограмма относительных частот.
4. Выборочное математическое ожидание.
5. Выборочная дисперсия.

### **5.2. Список тем курсовых работ/рефератов/докладов/эссе (при наличии).**

Курсовая работа по дисциплине (модулю) учебным планом не предусмотрена.

### **Примерные темы рефератов**

1. Математика в современном мире.
2. Математика в общественных науках.
3. Основания математики.
4. Экспериментальная математика как новое направление в научных исследованиях.
5. Математика в экономическом моделировании.
6. Математическая модель нервного импульса.
7. Модель передачи энергии в системе «хищник-жертва».
8. Теория регулирования.
9. Математика: утрата определенности.
10. Математика: поиск истины.

### **5.3. Фонд оценочных средств**

Комплект всех оценочных средств, используемых в процессе оценивания результатов обучения по дисциплине, представлен в отдельном документе ФОС.

## **6. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

### **6.1. Основная и дополнительная учебная литература**

#### **Основная литература**

1. Луканкин Г.Л., Луканкин А.Г. Высшая математика для экономистов. Курс лекций: учебное пособие для вузов. – М.: Из-во «Экзамен», 2009. 285 с.
2. Высшая математика для экономистов: учебник для студентов, обучающихся по экономическим специальностям / под ред. Н.Ш. Кремера. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. 479 с.
3. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2004. 573 с.

#### **Дополнительная учебная литература**

1. И.И.Баврин. Высшая математика. 3-е издание – Москва. – «Академия». – 2003.
2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – 11-е изд., стер. – М.: Высш.шк. 2005. – 479 с.
3. Луканкин А.Г. Математика: учебник для учащихся сред. проф. образования. – М.: ГЭОТАР-Медиа, 2012. 320 с.

Библиотечный фонд Академии укомплектован печатной или электронной основной учебной литературой по дисциплинам базовой части всех циклов, изданными за последние 5 лет.

Фонд дополнительной литературы включает в себя официальные справочно-библиографические и периодические издания в расчете не менее одного экземпляра на каждые 100 обучающихся. Каждому обучающемуся обеспечен доступ к комплектам библиотечного фонда и периодическое издание из следующего перечня: Копирайт; wipro magazine; Библиотековедение; Биржа интеллектуальной собственности (БИС); Бюллетень Министерства юстиции Российской Федерации; Вестник

гражданского права; Государство и право; Инновации; Интеллектуальная собственность. Авторское право и смежные права; Интеллектуальная собственность. Промышленная собственность; Международное публичное и частное право; Общество: социология, психология, педагогика; Патентный поверенный; Патенты и лицензии. Интеллектуальные права; Уголовное право; Управление проектами и программами; Хозяйство право; Экономическая политика.

## **7. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ, ИНФОРМАЦИОННО-СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ И РЕСУРСОВ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

В процессе реализации образовательной программы в вузе применяются современные интерактивные и мультимедийные средства обучения (компьютеры, мультимедиа-проекторы, интерактивные доски и др.), тематические стенды и плакаты, а также электронные информационные образовательные ресурсы.

На основе аппаратно-программного комплекса в РГАИС функционирует и постоянно совершенствуется портал электронного обучения и дистанционных образовательных технологий (ЭОиДОТ), обеспечиваемый преимущественно авторским учебным контентом и методическими разработками профессорско-преподавательского состава Академии.

В РГАИС функционируют читальный зал и электронная библиотека. Сотрудникам и обучающимся обеспечен доступ к электронной библиотечной системе «Университетская библиотека онлайн», насчитывающей более 100 тысяч наименований изданий с доступом в режиме онлайн, а также к объектам Национальной электронной библиотеки (в соответствии с договором с ФГБУ «Российская государственная библиотека»).

Имеется компьютерный класс, возможности которого позволяют каждому из обучающихся работать на компьютере с установленным комплектом лицензионного программного обеспечения не менее 20 часов в год. Академия обеспечена необходимым комплектом лицензионного программного обеспечения

Электронная информационно-образовательная среда Академии обеспечивает:

- доступ к учебным планам, рабочим программам дисциплин (модулей), практик, к изданиям электронных библиотечных систем и электронным образовательным ресурсам, указанным в рабочих программах;
- фиксацию хода образовательного процесса, результатов промежуточной аттестации и результатов освоения программы;
- формирование электронного портфолио обучающегося, в том числе сохранение его работ и оценок за эти работы.
- доступ к современным профессиональным базам данных, информационным справочным и поисковым системам, в том числе:



справочно-правовой системе «Гарант»: [www.garant.ru](http://www.garant.ru); справочно-правовой системе «Консультант плюс»: [www.consultant.ru](http://www.consultant.ru); библиотеке «Книгофонд»: [www.knigafund.ru](http://www.knigafund.ru); Университетской библиотеке [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru).

## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

Для ведения образовательной деятельности по данной дисциплине Академия располагает материально-технической базой, обеспечивающей проведение всех видов лабораторной, практической и научно-исследовательской работы обучающихся, предусмотренных учебным планом РГАИС, и соответствующей действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Для организации и ведения учебного процесса Академия располагает зданием общей площадью 5936,2 кв.м, учебная и учебно-лабораторная площадь составляет 1249,6 кв.м. Для питания сотрудников и обучающихся имеется столовая площадью 130,1 кв.м.

Аудиторные занятия проводятся в специальных помещениях, представляющих собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также в помещениях для самостоятельной работы. Имеются помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа имеются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие примерным программам дисциплин (модулей), рабочим учебным программам дисциплин (модулей).

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

## **9. ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Организация образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется в соответствии с приказом Минобрнауки России от 9 июня 2016 г. № 694 «О внесении изменений в административные регламенты предоставления государственных услуг в части обеспечения условий доступности государственных услуг для инвалидов», «Методическими рекомендациями по организации образовательного процесса для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащённости образовательного процесса» Министерства образования и науки РФ от 08.04.2014 г. № АК-44/05вн.

Академия предоставляет инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья (по их заявлению) возможность обучения по образовательной программе, учитывающей особенности их психофизического развития, индивидуальных возможностей и при необходимости, обеспечивающей коррекцию нарушений развития и социальную адаптацию указанных лиц. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья Академия устанавливает особый порядок освоения дисциплин (модулей).

Подбор и разработка учебных материалов для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья производится с учетом их индивидуальных особенностей.

Предусмотрена возможность обучения по индивидуальному графику.

---